

# ARPC 數學素養教學示例~從數學繪本出發

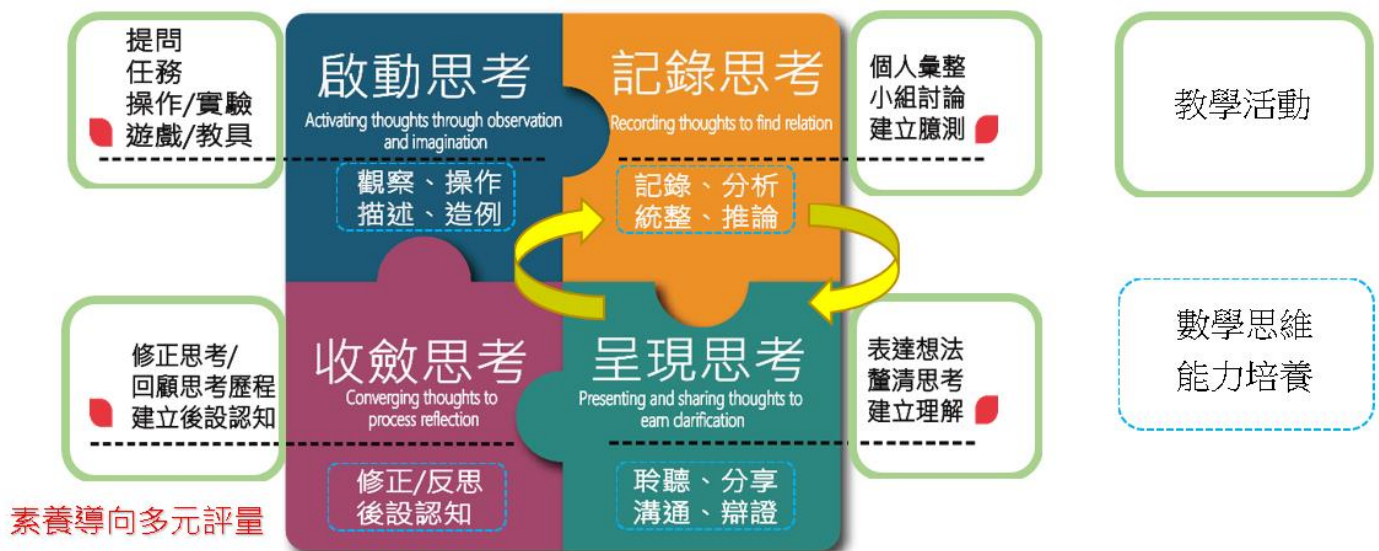
十二年國教課程強調核心素養的養成，重視學生知識、技能、態度的培養。因此，數學素養教學應著重在「啟發數學思維」看見孩子的思考歷程，「發展學習策略」培養應用的能力，「連結生活情境」意識學習數學有用性，激發學習動機。

Martinez 和 Martinez (2001)認為運用圖畫書進行教學，能強化學童數學溝通能力，並有助於學童瞭解數學概念與提升解題的自信。鍾靜 (2012a)也指出「數學繪本是提供兒童接觸數學有趣、有用、與生活關連的重要工具」。再者，藉由學童喜歡看繪本、聽故事的天性，融入數學繪本設計素養導向教學，讓學童改變對數學的觀感及提升喜歡數學態度的機會。

本單元教學將以數學繪本為題材，應用 ARPC 高階思考歷程進行探究教學，引導學童主動探尋問題，並累積解決問題的經驗，過程中也充分提供操作、發表、討論與反思的機會，以落實新課綱的數學素養教學理念。

## 壹、ARPC 高階思考養成歷程

學習如何思考是現今教育的重要目標，學生學會思考才能創新、反思與解決問題。但如何在課堂上進行有效的思考教學？首先，教師要能創造機會，引發學生的思考，啟動學生的思考。針對教師提供的思考問題或任務，學生想到了什麼、理解了什麼、進行了什麼分析或推論，教師是不容易知道的，因此，要讓學生練習將思考歷程記錄下來。接著，要提供學生呈現思考的機會，讓學生表達自己的想法，藉由溝通、分享、或辯證的歷程，讓學生理解自己思考是否完備、是否有不足之處，進而自行或藉由老師的引導建立正確的理解。最後，再由老師帶領學生進行反思以收斂思考，培養後設認知的能力，建立完整的思考歷程。上述培養思考的教學歷程稱為「ARPC 高階思考養成歷程」，如圖一所示。ARPC 主要包括四個階段，依序為啟動思考、記錄思考、呈現思考、收斂思考。



如何落實 ARPC 四個思考階段，以下進行簡要說明：

### 一、啟動思考：

教師可挑選適當的生活情境進行提問、指派操作任務，或透過學具、教具和數學遊戲，讓學生從參與的過程中，自然而然的啟動思考。教師可以鼓勵學生描述看到的事實或現象、試著觀察規律、進行操作教具體驗、或創造可供探究的例子。

### 二、記錄思考：

此階段教師請學生針對「啟動思考」之活動進行個人資料分析、想法彙整，再透過小組討論，提出合理之猜想或臆測。過程中，學生必須記錄下觀察的重點、分析與統整記錄的內容，做為推論或臆測的依據。教師的任務是讓學生覺得自己不是在為我們找出標準答案，他們是自己在研究各種方法，提出概念和想法。

### 三、呈現思考：

教師引導學生表達想法。從問答的過程中，引導串接學生不連貫或跳躍的思考，並針對學生不合理的推論進行釐清，協助學生建立完整且合乎邏輯的思考。討論的過程中，教師針對每位學生的想法都要給予肯定，即使學生在表達上有不足或瑕疵，也要給予肯定，因為他們的錯誤經驗，協助大家建立正確的理解。此外，也可進行小組間的溝通與分享，並透過辯證確認自己或小組的想法是合理且可以被驗證，教師則是在旁引導。

### 四、收斂思考：

最後在收斂思考階段，請學生回想經過此課程後，所獲得的收穫或省思，可透過下列提問引導學生反思：

我們今天討論了什麼概念？

你對哪一部份還有疑問？

你或同學所犯的錯誤或誤解，你從這個錯誤學到了什麼？

你或你的小組是怎麼思考今天的問題？你的思考方式獲得結果了嗎？

你從你的思考方式學到什麼？

班上其他人思考方式和你的方式類似？還是有所不同？

今天的課堂上有什麼重大的爭論？你從這個爭論學到了什麼？

你在這個單元有哪些強項或弱點？你計畫怎麼改進自己不足之處？

利用上述這些提問，建立學生的後設認知能力。

最後，如果可能，將所學引入生活情境問題，讓學生知道學習數學是有用的，是能解決生活問題，能以簡馭繁。

## 貳、教學方案設計

### 桃園市仁和國小 ARPC 數學高階思考養成歷程教學方案

教學主題	誰先吃桃子？	教學對象	國小一年級
對應單元	比長短、排順序、比多少	設計者	林裕峯、徐嘉玫
節數	共 4 節	修審專家	林碧珍教授、吳正新研究員
核心素養	數-E-A3 能觀察出日常生活問題和數學關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活應用。		
學習重點	學習表現	<ul style="list-style-type: none"> <li>• n-I-7 理解長度及其常用單位，並做實測、估算與計算。</li> <li>• n-I-8 認識容量、重面積。</li> <li>• s-I-1 從操作活動，初步認識物體與常見幾何形體的幾何特徵。</li> <li>• r-I-1 學習數學語言中的運算符號、關係符號、算式約定。</li> <li>• d-I-1 認識分類的模式，能主動蒐集資料、分類，並做簡單的呈現與說明。</li> </ul>	
	學習內容	<ul style="list-style-type: none"> <li>• N-1-5 長度（同 S-1-1）：以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。</li> <li>• S-1-1 長度（同 N-1-5）：以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。</li> <li>• N-2-12 容量、重量、面積：以操作活動為主。此階段量的教學應包含初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。不同的量應分不同的單元學習。</li> <li>• R-2-1 大小關係與遞移律：「&gt;」與「&lt;」符號在算式中的意義，大小的遞移關係。</li> </ul>	
先備經驗	已具備長短、高矮的基本認知概念		
設計理念	<p>數學是學習自然科學的基礎，然而對於兒童而言，數學教材必須生活情境化，數學教學活動遊戲化，這樣才能深深吸引兒童學習數學的興趣，提升數學的能力。</p> <p>透過繪本的文圖布置情境脈絡傳達數學的概念知識，並透過臆測任務學習與建立數學知識，讓學生可以發現排列順序時應該注意的重點，且依據比較的項目將大小、高低、長短等排出正確順序。最後，讓學生進行數學建模與學習遷移，思考如何把排列順序的知識，活用於解決生活中的問題。</p>		
學習目標	<p>1、透過數學故事的引導，學生能了解排列順序的方法。</p> <p>2、透過實際的操作，學生能將排列順序的方法應用於生活中，解決問題。</p>		
教學資源	故事簡報、小白板、自製學習單、觸控電視、無線投影軟體		
學習活動設計			
ARPC 歷程	學習活動流程	時間	數學思維能力
啟動思考 Activate	<p>一、生活情境連結到數學繪本</p> <p>1. 教師先引導孩子思考：如果班上有一顆桃子，應該要先給誰吃呢？再將情境連結到數學繪本--「誰先吃桃子」。</p> <p>2. 老師將繪本簡報檔播放於電視上，一邊說故事，一邊</p>	20 分	<p>觀察例子</p> <p>聆聽故事</p> <p>閱讀繪本</p> <p>理解情境</p>

引導學生思考繪本中的數學問題與學生互動。引導重點如下：

- (1) 引導學生猜測動物們想比較什麼項目，以什麼方式來排列順序。
- (2) 引導學生發表並上台演示比身高、體重、嘴巴、耳朵和尾巴的方法。
- (3) 引導學生思考除了故事中的方法，還有什麼方式可以來比較身高、體重、嘴巴大小、耳朵和尾巴的長短。
- (4) 引導學生發現繪本中動物們量身高的問題。
- (5) 引導學生定義高度和長度的起點與終點。


## 二、重點提問

1. 教師先在螢幕上呈現重點提問，老師藉由重點提問，與學生一同定義比較項目、排列方式和排列順序。
2. 每生一張討論單，每組分配一種動物，請學生回顧繪本內容，個別思考並記錄問題討論單的第一部分：

繪本內容回顧：想一想、圖一圖、寫一寫。

你被指定的這隻動物，在故事中想用什麼比較方法，讓自己排第一名，吃到桃子。

- 動物名稱：長頸鹿 / 犀牛 / 鱈魚 / 兔子 / 猴子。
- 比較項目：身高 / 體重 / 嘴巴 / 耳朵 / 尾巴。
- 排列方式：由高到矮 / 由長到短 / 由重到輕 / 由大到小。
- 排列順序：



為什麼這隻動物會想到用這個比較方法來排列順序，讓自己排第一名，先吃到桃子呢？

因為

最後，毛毛蟲把排列方式，改成由\_\_\_\_\_到\_\_\_\_\_，毛毛蟲讓自己變成第一名，把桃子吃掉了。

1

3. 學生個別思考記錄後，四人一組分享討論單，並請同組學生給予合理處的認同和不合理處的建議，當同組一位成員發表後，其他同組成員後續只要分享不同看法之處。
4. 每種動物個邀請一組成員上台分享。
5. 請學生用藍筆修正紀錄。

~第一節結束~

20分

## 描述理解

能清楚地描述對於繪本的理解，藉此培養數學表述能力。

記錄思考  
Record






### 三、個人彙整

40 分

### 推論結果

從動物身體上的優勢或劣勢來進行推論是否能夠先吃到桃子

1. 教師引導學生一同腦力激盪，觀察動物的外表和特性，思考除了繪本中提到的比較項目(身高、體重、嘴巴、耳朵、尾巴)外，每一種動物是否還有別的比較項目與排列方式，可以讓自己排名第一，先吃到桃子。並請學生將自己想法記錄於問題討論單上。
2. 給予學生 10 分鐘的時間，個別思考，並將想法記錄於討論單的第二部分。
3. 教師帶領學生依序討論長頸鹿、犀牛、鱷魚、兔子、猴子和毛毛蟲的比較方法(比較項目和排列方式)。討論每一種動物前給學生一分鐘的時間將自己想到的比較方法(比較項目和排列方式)記錄於白板上，再請學生舉手發表。
4. 發表後，請該位學生將白板呈現在黑板前，讓其他學生知道已經發表過什麼，不再重複發表，同時其他同學針對該位同學發表的合理性給予建議。

腦力激盪：除了繪本中的比較項目(身高、體重、嘴巴、耳朵、尾巴)，動物們還有什麼比較項目以及排列方式，讓自己排名第一，吃到桃子呢？					
長頸鹿		犀牛		鱷魚	
比較項目		比較項目		比較項目	
排列方式		排列方式		排列方式	
由 到		由 到		由 到	
猴子		兔子		毛毛蟲	
比較項目		比較項目		比較項目	
排列方式		排列方式		排列方式	
由 到		由 到		由 到	2.

5. 教師引導學生從發表中了解到比較項目是可以很多樣的，依據不同的比較項目就會有不同的排列方式。同時也鼓勵學生的發想。
6. 請學生用藍筆修正紀錄。

~第二節結束~

四、同儕討論，建立臆測

1. 教師提問：經由繪本的故事內容以及同儕的討論分享，思考後將你的發現記錄於討論單的第三部份。
2. 老師將我的發現分成四個項目引導學生逐題思考後記錄，每題引導加記錄時間約 5 分鐘。

(1)從每個動物的比較項目，你發現了什麼？

- 老師引導學生統整繪本上動物們的比較項目，幫助學生思考。

動物圖					
動物名稱	長頸鹿	犀牛	鱈魚	兔子	獺
比較項目	身高	體重	嘴巴	耳朵	尾巴
排列方式	由高到矮	由重到輕	由大到小	由長到短	由長到短
排列順序					

學生可能的臆測：

- 比較項目每個人都不一樣。
- 每個人都得比較項目都是自己的優點。

(2)從每個動物的排列方式，你發現了什麼？

- 老師引導學生統整繪本上動物們的排列方式，幫助學生思考。

動物圖					
動物名稱	長頸鹿	犀牛	鱈魚	兔子	獺
比較項目	身高	體重	嘴巴	耳朵	尾巴
排列方式	由高到矮	由重到輕	由大到小	由長到短	由長到短
排列順序					

學生可能的臆測：

- 排列方式根據比較項目會不一樣。
- 動物們想吃到桃子，所以會想到可以把自己排在第一個的排列方式。

(3)從動物們的排列順序中，你發現了什麼？

- 老師引導學生統整繪本上動物們的排列順序，幫助學生思考。

動物圖					
動物名稱	長頸鹿	犀牛	鱈魚	兔子	獺
比較項目	身高	體重	嘴巴	耳朵	尾巴
排列方式	由高到矮	由重到輕	由大到小	由長到短	由長到短
排列順序					

學生可能的臆測：

- 排列順序會因為受到比較項目和排列方式的影響。
- 每個動物想到比較方法的動物都排在第一個。
- 每種排列順序毛毛蟲都是排最後一個。
- 排列時要按照順序，不能跳來跳去。

(4) 從毛毛蟲的反應，你發現了什麼？

- 老師帶領學生統整繪本上毛毛蟲的做法，幫助學生思考。

動物名稱					
比較項目	身高	體重	嘴巴	耳朵	尾巴
排列方式	由高到矮	由重到輕	由大到小	由長到短	由長到短
排列順序					
毛毛蟲	由矮到高	由輕到重	由小到大	由短到長	由短到長
毛毛蟲					

呈現思考  
Present

### 五、組內分享，建立理解

四人一組，依序解釋自己的想法，修正與刪除不合理的猜想，將一致性的想法記錄於小白板上(第1題記錄在1號的白板，第2題記錄在2號的白板，第3題記錄在3號的白板，第4題記錄在4號的白板)

10分

溝通、分享、  
辯證、修正紀錄

呈現思考  
Present

### 六、小組分享、表達想法

請各小組依序拿著白板去台上表達想法，他組成員可針對該想法的合理性給予認同或意見，當第一組發表後，換其他組別發表時，請組員在台前展示白板，但只需要發表和前一組不同發現之處即可，同樣請他組針對想法的合理性給予認同或意見。

10分

溝通、分享、  
辯證

~第三節結束~

<p>收斂思考 Converge</p>	<p>七、回顧思考歷程、建立後設認知</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 教師引導學生回顧對於動物排列順序的臆測發現。</li> <li>2. 教師呈現八顆桃子的簡報，請學生思考：有八顆桃子，每組只能分到一顆，你會建議比較什麼項目和排列方式，讓自己在四人小組中排第一個，先吃到桃子。</li> <li>3. 教師邀請三位學生和老師一同示範，請全班幫助老師想辦法，老師要提出什麼比較項目和排列方式才能吃到桃子？排列順序又如何？為什麼你會幫老師想到這個比較方法呢？</li> </ol> <div data-bbox="397 544 1062 846" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>我想在四人小組中吃到桃子的方法：</p> <p>&gt; 我的姓名：_____</p> <p>&gt; 比較項目：_____</p> <p>&gt; 排列方式：由_____到_____</p> <p>&gt; 排列順序：_____</p> <p>_____ → _____ → _____</p> <p>&gt; 我會想到用這個比較方法來排列順序，是因為_____</p> <p style="text-align: right;">4.</p> </div> <ol style="list-style-type: none"> <li>4. 請學生將想法寫於第四部份的討論單上，並排列出同組四人的順序，因為一年級國字和注音的書寫速度較慢，可提醒學生在排列順序的部分寫注音即可。</li> <li>5. 請學生依序於四人小組內討論發表，請同組學生針對合理性給予認同或建議。</li> </ol>	<p>20 分</p>	<p>後設認知</p> <p>從理解到應用比較策略，得知如何觀察自己的優勢或劣勢，進行比較排序。</p>
<p>呈現思考 Present</p>	<p>八、釐清思考</p> <p>教師請各組推派一位學生上台發表自己的比較項目與排列方式，並將該位同學的比較方法呈現於電視螢幕上，請同組成員一起上台排列順序。教師與他組學生一同檢核上台發表的組別其比較項目、排列方式和排列順序是否合理，給予回饋。</p>	<p>10 分</p>	<p>分享與辯證</p> <p>透過各種比較範例，釐清自己的想法，並發現比較策略。</p>
<p>收斂思考 Converge</p>	<p>九、回顧思考歷程</p> <p>教師與學生一同回顧這三節課的學習內容，請學生發表感想。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1、請學生回顧發表這三節課程所學概念。</li> <li>2、請學生發表同學在思考比較方法時，是和自身類似？還是有所不同？</li> <li>3、作業單-素養題大挑戰(重量比一比)</li> </ol> <p style="text-align: center;">~第四節~</p>	<p>10 分</p>	<p>反思</p> <p>能在不同的生活情境下，提出不同的解決策略，並瞭解每個人的策略有所不同。</p>



## 參、教學反思與建議

- 1、 因為低年級的孩子思考和書寫的速度較慢，為讓學生有充分思考、討論、操作、表達與發言的時間與機會，建議一本繪本應有兩節課的教學時間。
- 2、 低年級小朋友在討論時較容易忘記應遵守的規範，音量過大，或覺得不關我的事，而分心未進入小組討論的狀態，但若將分組改成兩人一組，學生聽到的答案有限，或甚至沒有，也可能討論不出答案。建議分組還是 3-4 人，討論時每人可發一張白紙(或討論本)，未擔任紀錄的人也必須在白紙上紀錄自己和他人的想法。若分組為四人，也可同時請兩人擔任紀錄，另兩人擔任發表。或也可請小組觀察誰最分心，待會就可以請最分心的組員上台發表。
- 3、 分組討論，輪流說話，雖然會花費許多時間，但是透過分組想訓練學生以下能力:
  - 表達溝通能力(能將自己的想法說出來給同學聽，不知道也能勇敢說不知道)
  - 聆聽他人說話(能注意聽別人說話，能從別人的話語中獲取想要的答案，而非只是沉浸在自己的世界)
  - 檢核對錯的能力(能去思考對錯，發現錯誤而去糾正)
  - 指導同學的能力(能去扶助他人，指導程度較弱的學生)
  - 以上四點能力並非一蹴可幾，所以教師教學時，要有堅持下去的信念，相信學生是可以慢慢達成以上能力的。
- 4、 學習單討論時，是採用改良版的六六討論法，由教師先指定各組 1 號起立，同時在各組發表(不一定要講滿一分鐘，若學生不知道答案也可以直接說不知道，以先訓練學生有勇氣站起來講話為主)，1 號講完就坐下，等 1 號都坐下時，老師再請 2 號起立發表.....，全部講完後，學生再修正自己的學習單。
  - 第一部分:  
老師在講繪本故事時，每位孩子都十分專注，數學繪本很吸引學生的注意。
  - 第二部分:  
在討論問題時，大部分的孩子也都能進行思考分享說出自己的想法，或一同想出答案，僅部分孩子會覺得不關我的事而分心。
  - 第三部分:  
學習單書寫，大部分的孩子都能先在學習單上寫上答案，而後在組內站起來分享。無法先寫出答案的小朋友在聽別人發表後，也可以進行書寫。
  - 第四部份:

大部分孩子都能有興趣以及能認真思考如何讓自己排第一個或最後一個的問題。

#### 肆、參考文獻

教育部 (2018)。十二年國民基本教育課程綱要國民中小學暨普通型高級中等學校數學領域。臺北市：教育部。

Martinez, J., & Martinez, N. C. (2001). *Reading and writing to learn mathematics: a guide book and a resource book*. Needham Height, MA:Allyn & Bacon.

鍾靜 (2012a)。數學繪本的閱讀與教學。國民教育，52 (3)，39-48。

鍾靜 (2012b)。運用數學步道或數學繪本活化教學。教師天地，176，8-15。

左台益, & 李健恆. (2018). 素養導向之數學教材設計與發展. 教育科學研究期刊, 63(4), 29-58.

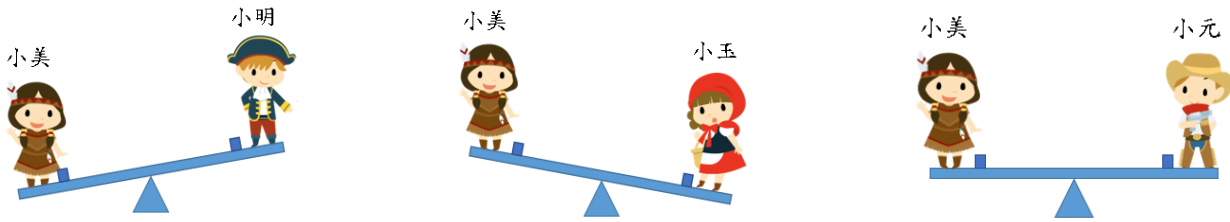
林永豐 (2017)。核心素養的課程教學轉化與設計。教育研究月刊，275 期，頁 4-17

周淑卿、吳璧純、林永豐、張景媛、陳美如 (編)(2018)。素養導向教學設計參考手冊。臺北市：教育部。

#### 伍、素養導向評量設計：詳如附件

## 重量比較一、比

小美、小明、小玉和小元四個好朋友正開心地在公園玩跷跷板。



### 問題 1：

小美準備了 3 種不同款式的麵包，要請小明、小玉和小元吃，三個好朋友看到麵包都搶著要先選。小美想到可以用跷跷板來比體重，重的人先選。請依據上方玩跷跷板的結果，判斷下列敘述是否正確。

敘述	是否正確
小玉的體重比小明重。	<input type="checkbox"/> 正確 <input type="checkbox"/> 錯誤
小元比小玉先選麵包。	<input type="checkbox"/> 正確 <input type="checkbox"/> 錯誤
三個人的選麵包的順序是：小明-小元-小玉。	<input type="checkbox"/> 正確 <input type="checkbox"/> 錯誤

### 問題 2：

公園內有另一種四人跷跷板，如圖，男生一組，女生一組，請問他們坐上後，哪一組會翹起來，請說明你的理由。



### 問題 3：

小美、小明、小玉和小元想要讓四人跷跷板保持平衡，不要太偏重哪一邊，你會建議哪兩組人一組，比較有可能保持平衡？請說明你的理由。



跷  
建  
呢？

---



---